

Zmienne losowe ciągłe - ćwiczenia

Rozwiązać poniższe zadania korzystając z wykładu.

1. Dla jakiej wartości parametru c funkcja $f(x)$ określona wzorem

$$f(x) = \begin{cases} c(x+1), & x \in (-1, 0] \\ -c(x-1), & x \in (0, 1] \\ 0, & \text{poza} \end{cases}$$

przedstawia rozkład prawdopodobieństwa zmiennej losowej? Wyznacz jej dystrybuantę. Narysuj jej wykres funkcji gęstości oraz dystrybuanty.

2. Dana jest zmienna losowa X o rozkładzie gęstości

$$f(x) = \begin{cases} cx(1-x), & x \in (0, 1) \\ 0, & \text{poza} \end{cases}.$$

Wyznacz parametr c jej dystrybuantę. Narysuj jej wykres funkcji gęstości oraz dystrybuanty.

3. Zmienna losowa X ma rozkład o dystrybuancie

$$F_X(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0 \\ \sin t, & t \in (0, \frac{\pi}{2}) \\ 1, & t \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}.$$

Wyznacz funkcję gęstości zmiennej losowej X . Oblicz prawdopodobieństwo $P(\frac{\pi}{3} \leq X \leq \pi)$.

4. Zmienna losowa X ma rozkład o gęstości

$$f(x) = \begin{cases} 2^x \ln 2, & x \in (-\infty, 0] \\ 0, & x \in (0, \infty) \end{cases}.$$

Wyznacz $F_X(x)$, $P(-2 \leq X < -\frac{1}{2})$, EX , Me i Q_1 .

5. Wyznacz wartość stałej c , dystrybuantę, wartość oczekiwaną i wariancję rozkładu o gęstości $f(x) = cx^2$ dla $x \in (0, 3)$.

6. Zmienna losowa X ma rozkład o gęstości

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x \ln 2}, & x \in (1, 2] \\ 0, & x \notin (1, 2] \end{cases}.$$

Wyznacz $F_X(x)$, $P(\sqrt[3]{2} \leq X < \sqrt{2})$, EX , Me i Q_3 .

7. Zmienna losowa X ma rozkład $N(-1, 2)$. Wyznacz prawdopodobieństwa $P(X < -1, 52)$, $P(-0, 92 < X < 0, 02)$ i $P(X > -1, 18)$

8. Waga mężczyzn ma rozkład normalny z parametrami $\mu = 72$ kg i $\sigma = 8,1$ kg. Oblicz prawdopodobieństwa, że losowo wybrany mężczyzna będzie miał wagę:

- powyżej 80 kg
- od 68 do 74 kg.

9. Automat produkuje części, których długość jest zmienną losową o rozkładzie $N(2; \frac{1}{2})$ (w cm). Wyznaczyć prawdopodobieństwo wyprodukowania wybrakowanej części, jeśli dopuszczalne długości mieszczą się w przedziale $(1, 7; 2, 3)$.

10. Zmienna losowa X ma rozkład $N(2, 4)$. Wyznacz prawdopodobieństwo $P(|X| > 6)$.

11. Zmienna losowa X ma rozkład $N(3, 5)$. Wyznacz prawdopodobieństwo $P(|X - 1| \geq 1)$.